

替換式數學教學法對國小輕度智能障礙生在整數四則運算文字題之學習成效

葉思廷

苗栗縣山腳國民小學

洪資雅

臺中市大甲國民小學

摘要

本研究旨在探討替換式數學教學法對國小輕度智能障礙學生在整數四則運算中兩步驟文字題之學習成效。本研究採單一受試研究法之 A-B-C 設計。將受試者在基線期、處理期和追蹤期的研究數據進行繪圖分析與目視分析，並加以分析、解釋。研究結果顯示：

- 一、替換式數學教學法的介入，對國小輕度智能障礙學生在整數四則運算兩步驟文字題具有立即成效。
- 二、在撤除教學介入後之得分表現呈下降趨勢且得分比基線期高，表示對國小輕度智能障礙學生在整數四則運算中兩步驟文字題有顯著的幫助。

關鍵字：替換式數學教學法、國小輕度智能障礙學生、整數四則運算

Effects of Substituted-Mathematics Instruction on Learning Achievement of Four Arithmetic Operation Word Problem for Elementary School Students with Mild Intellectual Disabilities

Ssu-Ting Yeh

Shanjiau Elementary School

Tzu-Ya Hung

Dajia Elementary School

Abstract

The purposes of this study were to explore the effectiveness of substituted-mathematics instruction on four arithmetic operation word problem for elementary school students with mild intellectual disabilities. This study adopted A-B-A design in a single experimental design model. The data of this research in the baseline period, treatment period and follow-up period was collected by graphical analysis and visual analysis. The results of this study shows as the follows:

1. The substituted-mathematics instruction for the elementary school students with mild intellectual disability had immediate effects on improving our arithmetic operation word problem.

2. After the removal of teaching intervention, the score performance is on the decline and the score is higher than the baseline period, indicating that it is significantly helpful to the two-step word problem in the four arithmetic operations of integers for students with mild intellectual disabilities in elementary schools.

Key words: substituted-mathematics instruction, mild intellectual disabilities in elementary schools, four arithmetic operations of integers.

壹、前言

十二年國民基本教育課程綱要數學領域提及：第一學習階段的學習重點在自然數及其運算規則，第二學習階段注重自然數的四則及混合運算，第三學習階段則是能正確做分數和小數的四則計算，來解決日常生活中的數學問題（教育部，2018）。由此可見，學生得具備良好的整數四則運算能力，並能正確判斷運算規則，否則在學習下一階段的數學單元時會有很大的困難。因此，本研究欲以整數四則運算二步驟應用問題作為依變項。

研究者在教學現場中常遇到許多智能障礙生經常不理解題意、難以將文字題轉換成數學運算形式、無法將學過的數學概念保留及類化，進而影響數學解題之能力。方建良、黃秀霜（2014）的研究結果指出學生在進行兩步驟文字題時，容易發生的錯誤類型，包含：計算錯誤、搞混運算符號、運算規則運用錯誤、列式能力不足、併式記錄錯誤等。因此，找出有效的數學教學策略以改善其數學解題能力，是一項值得探究的問題。

為了提升在學習數學上的效能，詹士宜（2013）提出「替換式數學教學法」，讓學生在漸進式的問題變化下，培養學生的基礎數學概念、提升學生數學語言及提供學生多元練習，同時能使學生理解並應用數學的原理到新的問題情境上。因此，本研究欲以替換式數學教學法作為自變項。

本研究目的在探討替換式數學教學法對提升國小輕度智能障礙學生在整數

四則運算文字題之學習成效，本研究之待答問題如下：

1. 替換式數學教學法對國小輕度智能障礙學生在整數四則運算文字題學習是否具有立即成效？
2. 替換式數學教學法對國小輕度智能障礙學生在整數四則運算文字題學習是否具有維持成效？

貳、文獻探討

一、智能障礙生的數學學習困難

研究者整理有關智能障礙生在數學學習上的困難之相關文獻（李鴻源、侯禎塘，2011；羅秀珍，2017），整理以下四點：1.運算能力困難：因短期記憶能力不佳，導致進行基本運算時，容易計算錯誤、無法正確背誦九九乘法表；2.解題認知歷程困難：難以判斷使用哪種運算符號、無法有效運用先備數學知識進行解題；3.學習動機低落：因在學習期間容易有預期失敗心理，而缺乏學習意願與動機；4.缺乏學習策略：無法自行運用圖形表徵或解題策略來理解題意。

二、整數四則運算的重要性

四則運算是一種整合性的運算過程，透過四則運算文字題解題表現就能看出學生的語文能力與數學概念之統整（詹麗雯，2013）。研究者綜觀所有與整數四則運算相關之能力指標，發現四則運算不僅是國小數學領域課程目標的核心之一，更是日後學習抽象運算及情境問題的基礎。

三、替換式數學教學法之意義

替換式數學教學法是指在數學教學的過程中，配合學生學習的特質與先備經驗，或是由簡單的題目開始，並以替換的方式，逐漸更換數學問題中之數字、名詞、單位、題型、情境等元素，藉由教師設計之替換式數學教學結構表，提供學生更多的學習範例與練習機會（詹士宜，2013）。

替換式數學教學設計結構表，係指將教學目標分成水平替換與垂直替換兩種方式進行佈題。水平替換是指安排一系列概念相似或難易度相近的題目，讓學生經由反覆的練習，以精熟數學概念或技能；而垂直替換是指在佈題時呈現不同題型或概念（如：進階的數學概念），且每一個新的垂直替換的數學問題皆與上一個垂直的數學問題環環相扣（詹士宜，2014）。因此，教師在設計替換式數學教材須審慎思考目標數學問題如何安排水平、垂直問題，以利學生理解數學概念或問題。

參、研究方法

一、研究對象

本研究是採立意取樣的方式，自研究者任教的學校當中，選取一名經苗栗縣鑑定輔導委員會評定為輕度智能障礙學生，該名學生就讀國小五年級，安置於不分類資源班。以下就學生在認知、計算、解題方面之能力敘述如下：專注力、記憶力不佳，聽覺理解困難，無法獨立思考；基本計算能力尚可，易抄錯數字或運算符號，無法正確背誦九九乘法表；理解題意有困難，常將數字任意進行運算，且因文字題的數字大或敘述過長而放棄，常需步驟化、圖示幫助理解題意。

二、研究設計

本研究採單一受試實驗設計之

A-B-C 設計，探討替換式數學教學法對國小輕度智能障礙生在整數四則運算中兩步驟文字題之學習成效。以下分別說明本研究之研究變項及實驗教學設計：

(一) 研究變項

1. 自變項

本研究之自變項為「替換式數學教學法」，是指教學者將教學目標分成水平替換與垂直替換兩種方式進行佈題。替換方式包含數字、名詞、單位、題型、複雜性（解題步驟的增加）、解題策略、真實情境內容等方式，以編製替換式數學教學設計結構表(如表 1)。

2. 依變項

本研究之依變項為「整數四則運算文字題之學習成效」，亦即在「自編整數四則運算文字題評量」之得分，根據處理期、追蹤期之整體得分，探討經過教學後立即進行測驗之立即成效，及在撤除教學後的維持成效。

3. 控制變項

(1)教學地點：安排在資源班。

(2)教學時間：每周兩節課，每節課為 40 分鐘。

(3)教材內容：替換式數學教學設計結構表，採 3 個水平替換、5 個垂直替換階段。

(4)評量方式：題型、題數皆相同，且難易度一致。

(5)教學者與施測者：由研究者本人擔任。

(二) 實驗教學設計

1. 基線期 (A)

此階段主要蒐集研究對象在自編「整數四則運算文字題之基線期評量」的表現，作為瞭解研究對象起點能力之依據。直至研究對象的基準線資料趨於穩定後才進入處理期階段。

2. 處理期 (B)

此階段為介入教學階段，課程為期五週，每週上課兩節，共十節，每節 40 分鐘。研究者以替換式數學教學



法教導，設計一套整數四則運算中兩步驟文字題為內容的教學，且訂定教學進度表。在課堂結束後，進行自編「整數四則運算文字題之處理期評量」，時間不限，讓研究對象能有充分的思考及作答時間。直至研究對象的學習狀態及評量答對情形趨於穩定，才停止介入教學並進入追蹤期。當研究對象在處理期的表現高於 80% 的答對率，表示研究對象在教學介入階段具精熟程度。

3. 追蹤期 (C)

在介入期結束兩週後，有為期四次的追蹤期，對研究對象進行自編「整數四則運算文字題之追蹤期評量」，以觀察研究對象學習之維持成效。在此階段的評量中，研究者不進行任何的教學與提示，讓研究對象獨立完成評量試題，且評量次數與基線期的次數相同。

三、本研究之信效度

研究者為提升本研究之信度與效度，採用以下四種方式：

1. 請一位具有五年教學經驗之正式特教




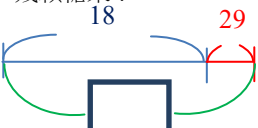
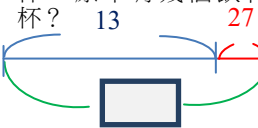

- 老師擔任評分者，以增加評分者間信度。
2. 研究步驟和研究計畫中的研究程序皆一致，以提高程序信度。
3. 為避免不同的教學者所進行的教學介入不一致，故研究過程皆由研究者本人擔任教學者，以提高教學者間一致性。
4. 利用雙面細目表控制評量工具的內在效度。

四、教學與評量設計

(一) 替換式數學教學設計結構表

根據南一版數學第八冊的教材以選取本研究要教學的單元，接著訂出目標題後，以「水平替換」與「垂直替換」的方式來設計題目，並採用不同的替換方式，例如：數字、名詞、單位、題型、複雜性（解題步驟的增加）、解題策略、真實情境內容等替換方式，以編製替換式數學教學設計結構表(如表 1)。此結構表係採用「最小改變原則」，教學者事先將原本的數學題目或概念進行簡化與分析，在教學過程中配合學生的程度並循序漸進教導其數學概念，使學生能充分理解新的概念或習得技巧。

表 1
替換式數學教學設計結構表-以加、除兩步驟題型示例

	水平 垂直	水平替換 1	水平替換 2	水平替換 3
垂直替換 1: (1)簡化題意 (2)圖示表徵		有一些巧克力，把每 2 顆裝成一包，裝了 5 包，請問巧克力原本有幾顆？ 	飲料店有一些杯子，每 10 個裝一箱，裝了 3 箱，請問杯子原本有幾個？ 	倉庫有一些牛奶罐，每 4 罐裝一盒，裝了 4 盒，請問原本有幾罐牛奶？ 
垂直替換 2: (1)簡化題意 (2)圖示表徵		姐姐把 189 顆糖果裝成一包，還剩下 29 顆，原本有幾顆糖果？ 	老闆把 135 個飲料杯裝一箱，還剩下 27 個飲料杯，原本有幾個飲料杯？ 	店員把 639 罐奶茶裝成一箱，還有 19 罐還沒裝，原本有幾罐奶茶？ 

(續下頁)

垂直替換 3:	桌上有一些軟糖,把每 20 顆裝成一包,裝了 7 包,還剩下 17 顆,請問軟糖原本有幾顆?	家裡有一些書,每 30 本裝一箱,裝了 4 箱,還剩下 22 本書,請問原本書有幾本?	有一些礦泉水,每 5 公升裝成一桶,裝了 20 桶,剩下 3 公升還沒裝,請問原本有幾公升礦泉水?
(1)數字變小	<u>先算:裝成包的有幾顆</u>	<u>先算:裝成箱的有幾個</u>	<u>先算:裝箱的有幾個</u>
(2)複雜性替換			
(3)步驟化提示	<u>再算:原本有幾顆</u>	<u>再算:原本有幾本</u>	<u>再算:原本有幾公升</u>
垂直替換 4:	$(364 \times 6) + 122$	$208 + (121 \times 5)$	$(4 \times 105) + 201$
(1)變更題型	=	=	=
目標題	有一些巧克力,把每 150 顆裝成一包,裝了 6 包,還剩下 36 顆,巧克力原本有幾顆?	飲料有一些杯子,每 20 個裝一箱,裝了 15 箱,還剩下 129 個飲料杯,請問杯子原本有幾個?	倉庫有一些牛奶罐,每 135 罐裝一箱,裝了 3 箱,剩下 105 罐還沒裝請問原本有幾罐牛奶?
(1)使用併式列出完整式子			
(2)用括號表示			

(二) 自編整數四則運算文字題評量

評量卷共有十六份,分別為基線期四份、介入期十份、追蹤期四份,主要是蒐集研究對象於各階段之作答情形,以利進行學習成效之分析。本研究之評量卷題目係根據國小康軒版本之數學教材所編製而成,每份評量卷之題型包含加減、加乘、加除、減乘、減除混合,且需經由兩個步驟(含併式)才能完成解題之文字題,每種題型各兩題,共十題;其計算過程及答案正確給予 2 分,每題 10 分,總分為 100 分。

五、資料處理與分析

本研究是根據基線期、處理期及追蹤期評量所測的得分,將個別資料點繪成曲線圖,並根據曲線圖的資料轉變為目視分析資料。

肆、研究結果分析與討論

一、研究結果分析

(一) 階段內分析

1. 基線期 (A)

從表 2 可知,研究對象在基線期四次整數四則運算文字題評量得分平均為 0 分,水準範圍由 0%至 0%,水準變

化為 0,趨向走勢呈現穩定的狀態,其趨向穩定性達 100%,此階段的資料達穩定狀態。研究對象在基線期資料點呈現穩定後,進入處理期。

2. 處理期 (B)

研究對象總共進行十次評量,其得分平均值為 67.2 分,趨向走勢與水準穩定性呈現穩定上升的狀況。得分最低為 10 分,最高為 98 分,水準變化是 +88,且趨向穩定達 80%,呈現穩定持續進步狀態。

3. 追蹤期 (C)

處理期結束兩週後,研究對象接受四次評量,得分平均值為 67.5,趨向穩定性呈現 100%,為穩定上升的趨勢,水準範圍由 80 到 60,水準變化為-20,從得分表現可以看出追蹤期的得分仍高於基線期。

(二) 階段間分析

由圖 1 及表 2 的資料可知,從基線期到處理期的趨向路徑是從水平到正向,趨向穩定性由穩定到穩定,朝正面效果趨勢,且基線期到處理期的重疊百分比為 0%。由此可知,研究對象在接受替換式數學教學介入對其整數四則文字題具有立即成效。從處理期到維持期的趨向路徑是正向到負向,趨向穩定性由穩定到穩



定，且處理期到維持期的重疊百分比為 100%。由此可知，在撤除教學介入後，得分雖有下降，但並未退回到基線期的程度，說明替換式數學教學法能有效提升研究對象之學習成效。

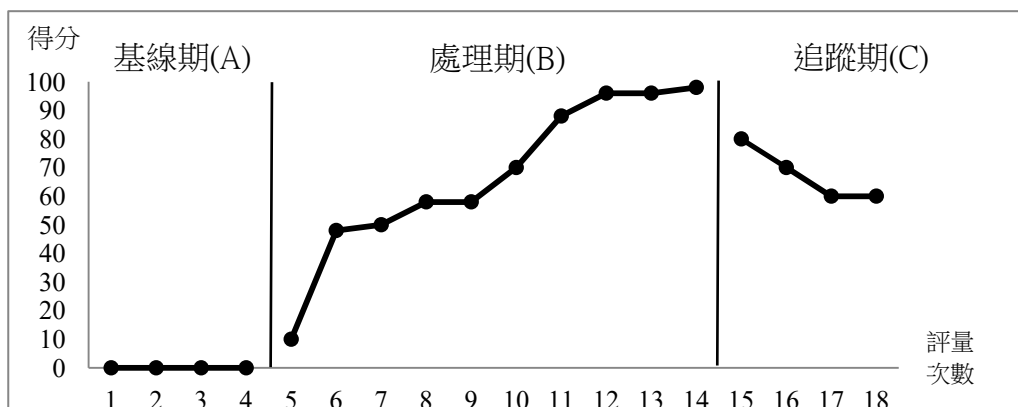


圖 1 受試者「整數四則運算文字題評量」得分之曲線圖

表 2

受試者在「整數四則運算文字題評量」之視覺分析摘要表

分析向度		分析結果		
階段/順序		基線期 A/1	處理期 B/2	追蹤期 C/3
階段長度		4	10	4
階段內變化	趨向預估	- (=)	/ (+)	\ (-)
	趨向穩定性	穩定 100%	穩定 80%	穩定 100%
	趨向內資料路徑	- (=)	/ (+)(=)	\ (-)
	水準穩定性	穩定	多變	多變
	水準平均值	0	67.2	67.5
	水準範圍	0-0	10-98	60-80
	水準變化	0-0 (0)	98-10 (+88)	80-60 (-20)
階段間比較		基線期/處理期 A1/B2		處理期/追蹤期 B2/C3
階段間變化	趨向路徑與效果變化	- / (=)(+)		/ (+)(-)
	趨向穩定性之變化	穩定-穩定		穩定-穩定
階段間變化	水準之絕對變化	10-0 +10		98-80 (-18)
	重疊百分比	0%		100%

二、討論

(一) 在評量與教學過程方面

從基線期的評量中，發現研究對象容易抄錯數字、計算錯誤，且因不理解題意、缺乏解題策略而任意將數字進行四則運算。所以在教學介入時，所採用的教學策略包括圖示表徵、讀題時一邊放聲思考、一邊圈關鍵字。在處理期的教學與評量中，可發現研究對象在解兩步驟文字題時，學會較不會衝動答題，能利用學過的解題策略判斷題意，甚至會檢視計算出來的答案是否符合題意。

(二) 在學習環境方面

教學者以符合研究對象之生活經驗作為佈題方向，不僅能提升學習興趣，也能增加對題意的理解，進而提升學習成效。

(三) 在學習動機方面

研究對象從一開始對數學產生無助感、缺乏學習動機，到喜歡上替換式數學課程，研究對象更表示：「數學真好玩，我不害怕算數學了」。

伍、結論與建議

一、結論

(一) 替換式數學教學法的介入，對國小輕度智能障礙學生在整數四則運算文字題具有立即成效。

(二) 在撤除教學介入後之得分表現呈下降趨勢但得分比基線期高，表示對國小輕度智能障礙學生在整數四則運算中兩步文字題有顯著的幫助。

二、研究限制與建議

(一) 研究對象方面

本研究是以苗栗縣某國小的一位五年級智能障礙學生為研究對象，故本研究不宜推論至其他區域、年級、不同障礙類別。

建議未來的研究可擴充到不同障礙類別、不同教育階段或不同年級的學生，或是增加研究樣本數量，以了解替換式數學教學法對於不同研究對象在整數四則

運算文字題之學習成效。

(二) 研究工具方面

本研究之替換式數學教學設計結構表及自編整數四則運算文字題評量，皆是研究者參考教科書、課本所設計之教學內容與評量題目，該研究工具只限於整數四則運算單元，故不宜類推至其他數學單元。

建議未來研究可以延伸至其他數學單元，例如：面積、體積、容積和時間等。

參考文獻

方建良、黃秀霜（2014）。**國小四年級低成就學生學習整數四則運算教材及其迷思概念之研究**。提升中小學補救教學成效之理論與實務研討論壇，教育部。

李鴻源、侯禎塘（2011）。國小四年級輕度障礙學生整數乘法演算補救教學之探究。**特殊教育與輔助科技學報**，7，13-17。

教育部（2018）。十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域課程綱要。臺北市：教育部。

詹士宜（2013）。**替換式數學對數學學習困難學生之補救教學**。臺南市：國立臺南大學。

詹士宜（2014）。替換式數學之設計理念及應用。載於鄭邦鎮（主編），**Super金頭腦替換式數學-教學應用與教材彙編**（頁 9-10）。臺南市：臺南市政府教育局。

詹麗雯（2013）。**國小五年級學童整數四則運算文字題解題歷程之研究**（未出版之碩士論文）。國立臺中教育大學，臺中市。

羅秀珍（2017）。**替換式數學教學對國中輕度智能障礙學生整數運算之學習成效**（未出版之碩士論文）。國立臺東大學，臺東縣。