

# 替換式數學教學結合萬用揭示板介入 國小五年級學障生乘法文字題解題之成效

蔣念芸  
苗栗縣福星國小

陳佳倫  
新北市光華國小

張函儒  
彰化縣明倫國中

## 摘要

本研究旨在探討替換式數學結合萬用揭示板對學障生乘法文字題解題之教學成效。本研究運用替換式數學教學結合萬用揭示板，依照替換式教學的垂直替換與水平替換自編出乘法文字題的教學結構表，而教學內容再藉由多媒體萬用揭示板呈現，教導兩名國小五年級學障生，學習乘法文字題的解題技能，採單一受試跨受試多試探設計，利用自編之乘法文字題評量單進行資料蒐集；資料分析採視覺分析。結果顯示替換式數學教學結合萬用揭示板在教導乘法文字題的解題技能具有立即、保留成效。本研究結果可對未來從事教學提供建議。

**關鍵詞：**替換式數學、萬用揭示板、學習障礙學生、乘法文字題

## Substituted-mathematics with magic board instruction at multiplication word problem solving for the fifth grade elementary school students with learning difficulties

Nien-Yun Chiang

Chia-Lun Chen

Han-Ju Chang

Fusing Elementary School

Guang Hwa Elementary School

Ming Lun Junior High School

## Abstract

The aim of this study was to investigate the effect of substituted-mathematics with magic board instruction at multiplication word problem solving for the fifth grade elementary school students with learning difficulties. This study applied to the multiple probes across subject design of single-subject research. Two students with learning difficulties were chosen as participates in this study. They were instructed with the program of magic board in 35 minutes per section, 5 sections in a week, including watching magic board of how to solve multiplication word problem. The data of this research was collected by visual analysis. The results showed the concepts of multiplication word problem solving of both participants was improved immediately and permanently after the intervention of the substituted-mathematics with magic board. The results could be provided as a practical reference of clinical teaching and related researches.

**Key words:** substituted-mathematics, magic board, learning difficulties, multiplication word problem solving

## 壹、前言

數學在國民教育階段屬於主要學科，是連續性的學習，每一個階段的學習，會影響下一階段的學習，也可能影響未來的生活適應，包括理解和解決日常問題。國小學障生因先天性的障礙與一般生的學習特性有很大的差異；若數學問題以文字敘述方式呈現，學障生最困難則是將文字敘述翻譯成相對應的數學語言(呂秋文，2000)。江美娟、周台傑(2004)研究指出，學障生解題時面臨的困難包括題目中的關係句及問句的理解困難、較難正確判斷或選擇運算符號來列式、正確排除多餘訊息等。因此需提供學障生有效的教學策略來改善文字題的困難。

而相關教學策略如：直接教學法教學運用有效率、系統化的方式進行教導；教學前教師需瞭解課程內容後，再向學生說明概念或規則並提供一系列的範例與解釋，但此教學方式及練習次數缺乏變化，未能因應學生的個別化設計課程內容；建構教學法教學強調以學生為中心，教學前教師要安排學生易於發現學習重點的學習環境，讓學生自主理解學習的重點與概念，然而此教學方式會因學生特性影響學習成效；認知負荷教學法教學考量到學生工作記憶的有限性，因此教學前教師需依據學生能力，減低學習情境過於繁雜，而干擾學生有效學習，但教學過程中缺乏搭配相關策略的引導學習，讓學生能自主學習；由上述可知各教學策略各有其優缺點，而替換式教學法整合直接教學法、建構教學法、認知負荷教學法的優點，再加入鷹架理論與意義學習理論進行課程設計應用，提昇學生學習成效。

研究者運用替換式數學結合萬用揭示板進行教學，教導學障生乘法文字題類型中的等組型，其中包括等組型—起始量未知、等組型—改變量未知、等組型—結果

量未知三種題型，係利用替換式數學精緻化的設計與彈性教學原則，以順應學生個別學習能力、特質和需求，提供適性化教學(詹士宜，2013)。並藉由多媒體萬用揭示板呈現，引起學生的學習動機，以期達到學習成效。

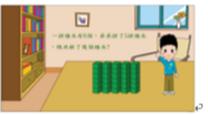
## 貳、文獻探討

### 一、替換式數學教學

替換式數學教學即是在數學教學過程中，以替換方式，逐漸更替數學問題中的概念、元素、或是數字，讓學生在漸進式的問題變化下，領略與學習數學的概念與技能，同時能理解與應用數學原理到新的問題情境上(詹士宜，2013)。其教學內容設計，是將教學目標分成水平替換與垂直替換兩種方式佈題，水平替換是指同一種相同的概念或技能，在佈題時重複出現，但題型上稍加改變，讓學生理解之外不失學習動機；而垂直替換是呈現另一個新的概念或技能的佈題。以乘法文字題為例，教師在教學前依據水平替換及垂直替換的原則，將教材內容編排、設計為替換式數學結構表，如表 1。水平替換是替換同一概念或相同難度的文字題，如替換式數學結構表 1 中，水平替換 1 由教師教導後，讓學生獨立練習，學生答題正確後，則進行水平替換 2 教導與練習，以此類推；藉由類似例題的呈現，讓學生理解或區辨問題的組型，並由練習而理解與熟悉；另一方面垂直替換是以不同概念或難度的排列，如替換式數學結構表 1 中，垂直替換 1 是以具象圖示呈現文字題，若學生在此階段獨立答題正確水平替換 1~4，則可進階為下一階段垂直替換 2 半具象圖示教導與練習，以此類推；新的概念的呈現，均建立在前列的基礎上發展(詹士宜，2013)。



表 1  
替換式數學結構表一等組型結果量未知為例

水平 垂直	水平替換 1	水平替換 2	水平替換 3	水平替換 4
垂直替換 1 具象圖示	a-1-1 桌上每排積木有 5 個，全部有 4 排，請問總共有多少個積木？ 	a-1-2 一排積木有 6 個，弟弟排了 5 排積木，總共排了幾個積木？ 	a-1-3 妹妹每天存 5 元，存了 2 天，總共存了多少元？ 	a-1-4 烏龜每小時走 8 步，3 小時可以走幾步？ 
垂直替換 2 半具象圖示	a-2-1 一盒鉛筆有 8 枝，全部有 12 盒，請問總共有多少枝鉛筆？ 	a-2-2 一包糖果有 7 顆，哥哥買了 14 包，請問總共有多少顆糖果？ 	a-2-3 爸爸每天存 15 元，存了 8 天，總共存了多少元？ 	a-2-4 螞蟻每小時走 20 公尺，5 小時可以走幾公尺？ 
垂直替換 3 抽象圖示	a-3-1 一盒鉛筆有 18 枝，全部有 12 盒，請問總共有多少枝鉛筆？ 	A-3-2 一包糖果有 17 顆，哥哥買了 14 包，請問總共有多少顆糖果？ 	a-3-3 媽媽每天存 20 元，存了 18 天，總共存了多少元？ 	a-3-4 弟弟跑步每分鐘跑 30 公尺，15 分鐘可以跑幾公尺？ 
垂直替換 4 文字應用題	a-4-1 運動會趣味競賽，每組學生 21 人，全部分 24 組，請問總共多少人？	a-4-2 一打鉛筆有 12 枝，商店老闆訂了 23 打，共有幾枝鉛筆？	a-4-3 阿成每天存 50 元，存了 30 天，總共存了多少元？	a-4-4 小明騎腳踏車每小時可走 25 公里，12 小時可以走幾公里？

國內學者研究指出替換式數學能有效提昇數學學習成效(林和秀, 2014; 郭亭纖, 2015; 許瓊文, 2015; 黃美潔, 2015; 謝妙倖, 2015), 結果統整如下:

1. 研究結果顯示替換式數學能提昇學生解題技能, 提高解題正確率。
2. 替換式數學教學能幫助學生撤除教學後, 仍能有效維持學生解題成效。
3. 研究對象不只侷限於學習障礙學生, 也能運用於智能障礙學生並有好的解題成效, 因此替換式數學能應用於有記憶

缺陷或理解缺陷的學生方面。

由以上述歸納可知, 替換式數學教學有正向學習成效, 但卻也發現教導的過程中較少學生主動性學習, 因此研究者試探運用替換式數學教學策略, 並搭配萬用揭示板為教學工具, 讓學生能選擇想學習或想釐清的課程內容, 而教師為解惑與輔助角色; 是否更能提昇替換式數學在數學教學方面的成效。

## 二、萬用揭示板

隨著資訊科技快速的發展，電腦多媒體動畫技術，亦可使抽象符號表徵能具體化呈現；應用資訊科技設計數學教具的新工具誕生，稱為虛擬教具 (virtual manipulatives) (孫佳吟, 2014)。中原大學袁媛教授等人在虛擬教具的理論背景下，研發出「萬用揭示板數學教學網」；萬用揭示板以教師教學工具的角度而設計的教學軟體，以目前教科書中較常被使用的實體教具為藍本，在元件化、數位化後，讓這些虛擬教具的物件 (object) 具有實體教具原有的功能(張世明, 2006)。而萬用揭示板是要由教學者依教學計畫先佈題，教學時再取出課前存檔之教材進行教學，此軟體要由教學者利用萬用揭示板所提供之元件，將教材加以組織始具有教

育內涵(林瑞蘭、王銘玉、吳淑如, 2009)。

蔡瑋芝(2013)探討教師將萬用揭示板融入數學教學的實施歷程與對輕度智能障礙學生在學習乘法上的成效；研究結果顯示研究者所設定的五項能力個案學生都達到精熟 80%以上，也指出萬用揭示板融入教學可提升個案的學習態度。

## 參、研究方法

### 一、研究對象

本研究挑選兩位經苗栗縣鑑定輔導委員會為學習障礙，在苗栗縣某國小就讀五年級學生，甲生和乙生都安置於不分類資源班，兩位受試者之年齡、性別與相關基礎能力敘述如表 2：

表 2  
受試者之基本資料

受試對象	受試甲	受試乙
生理年齡	10 歲	10 歲
性別	男	男
基礎數學概念評量	25/34(符合數學困難)	20/34(符合數學困難)
中文年級認字量表	小五	小五
魏氏兒童智力量表 <sup>a</sup> (第四版)	87	96

### (一) 受試甲

數學能力待加強為解文字題，無法理解題意而直接將題目上的數字進行運算，而答錯題目。學習專注力較易分心，持續專注時間較短。學習態度佳，能依照教師指令完成學習單。記憶力尚可，能記住教學呈現的重點。

### (二) 受試乙

數學能力待加強為解文字題，無法理解題意而直接將題目上的數字進行運算，而答錯題目。學習專注力

更易分心，持續專注時間更短，常用喝水、上廁所等理由起來走動。學習態度佳，能配合教師要求，但無法在時間內完成學習單。記憶力尚可，能記住教學呈現的重點。

### 二、研究設計

本研究採單一受試跨受試多試探設計，共分為基線期、處理期與維持期三階段，採視覺分析，以評估替換式數學教學結合萬用揭示板對學障生的乘法文字



題，是否具有立即顯著改善之效果。實驗處理地點為資源班教室，教學期間擺設固定，且教學一律由研究者進行。

#### (一) 基線期

不實施教學介入，僅使用乘法文字題評量單對兩位受試者進行等組型一起始量未知、等組型一改變量未知、等組型一結果量未知三種題型之評量。兩位受試者同時進行初始基線探測，當受試者連續三次呈現穩定下降後，進入處理期。

#### (二) 處理期

基準線建立後，甲受試者先進行教學介入，運用替換式數學結構表搭配萬用揭示板進行教學示範及學生練習，教學 25 分鐘後，運用乘法文字題評量單進行 15 分鐘評量。當甲受試者解題正確率連續三次達 80% 以上且穩定水準後，撤除甲受試者的介入進入維持期，並開始進行乙受試者的教學介入。

#### (三) 維持期

在處理期結束一週後開始進行自編的乘法文字題評量單進行四次評量。在維持期的評量過程中，給予受試者評量卷後，不進行任何的教學與提示，受試者需獨立完成解題。

### 三、教學與研究工具

#### (一) 替換式數學教學結合萬用揭示板教學方案

本教學方案之乘法文字題乃參考受試者學校使用的翰林版數學備課用書(2015)第 9 冊與苗栗縣自編數學教材教法書，修改部份數字與排列順序；進而運用萬用揭示板依據替換式數學結構編制成此教學方案。介入時間為每週一、二、三、四、五的午休時間，每節 40 分鐘，前 25 分鐘為示範教學活動，後 15 分鐘讓學生完成乘法文字題評量單。

#### (二) 乘法文字題評量單

此評量單於每次教學後使用，包含等組型一起始量未知、等組型一改變量未知、等組型一結果量未知三種題型，為避免受試者未經獨立思考即反覆套用公式解題，將此三種題型隨機編排呈現。評量項目為六個題目，每一題目列式正確給 8 分，計算正確給 2 分，總分為 10 分，六個題目共 60 分，最後算出實際得分合計除以總分的百分比得正確率。此外，考量受試者的乘法基礎運算能力，題目的數字以兩位數乘以兩位數為主，避免因基礎運算能力不足或錯誤而影響作答的表現。

### 四、資料分析

本研究資料分析，採單一受試研究法之視覺分析。由研究者進行教學並評量，其教學程序、評量標準皆具一致性，蒐集各階段評量資料後繪製圖表，以呈現教學成效。

## 肆、研究結果分析與討論

### 一、教學成效分析

#### (一) 甲生「乘法文字題解題技能」之學習成效

由圖 1 可看出，甲生在基線期的乘法文字題解題正確率為 60% 到 43.33%；而正確率在進入處理期後提高至 83.33% 到 100% 之間，有大幅的上升趨勢；維持期則維持在 96.67% 到 100% 的範圍。

表 3 階段內的資料分析可得知，甲生基線期之趨向預估為平穩低落的趨勢，趨向穩定但水準不穩定，在處理期呈現上升趨勢，而維持期處於穩定狀態。階段平均值則進入處理期後，由原本基線期的 53.33% 提升至 95%，並呈現穩定狀態；另在維持期更增加至 97.5% 相較於基線期有明顯差異。

表 3 階段間的資料分析來看，基線期進入處理期的趨向方向由平穩

的低落改變至上升趨勢，水準變化增加了 40%且兩階段的重疊百分比為 0%，顯示策略的介入對甲生乘法文字題解題技能有顯著的立即成效；而處理期與維持期間的趨向方向呈現穩定狀態且重疊百分比為 100%，顯示介入策略之維持成效頗佳。

(二) 乙生「乘法文字題解題技能」之學習成效

由圖 1 可看出，乙生在基線期的乘法文字題解題正確率為 30%到 13.33%；但在替換式數學結合萬用揭示板教學介入後，處理期的正確率顯著提昇到 86.67%到 100%間；介入撤除後的維持期，正確率仍保持在 96.67%到 100%之間。

從表 3 階段內的資料分析可發

現，乙生在基線期的趨向預估為平穩低落的趨勢，顯示未介入前其乘法文字題解題技能不佳。但在進入處理期後，階段平均值則明顯提升至 94.58%，維持期也未因介入撤除而下降，則是維持在 98.33%的精熟度相較於基線期仍有明顯差異。

而表 3 階段間的資料分析顯示，乙生在基線期進入處理期間，趨向平穩的低落改變至上升趨勢，不僅水準變化大幅增加 73.34%，兩者間的重疊百分比為 0%，顯示替換式數學結合萬用揭示板教學介入對乙生在乘法文字題解題技能有立即顯著成效；而處理期與維持期間，趨向方向由趨向方向呈現穩定狀態且重疊百分比為 100%，顯示介入策略之維持成效佳。

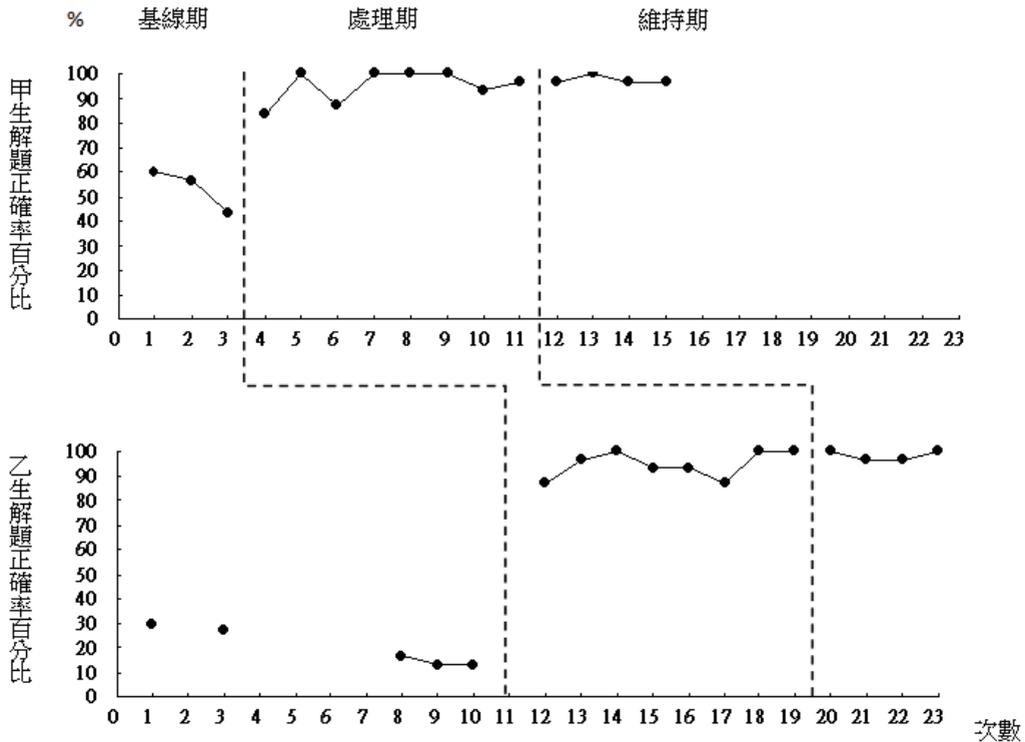


圖 1 兩位受試者乘法文字題解題正確率曲線圖

表 3  
兩位受試者「乘法文字題解題技能」表現正確視覺分析摘要表

階段/順序	甲生			乙生		
	基線期	處理期	維持期	基線期	處理期	維持期
	A/1	B/2	C/3	A/1	B/2	C/3
階段長度	3	8	4	5	8	4
趨向預估	\	/	-	\	/	-
	(-)	(+)	(=)	(-)	(+)	(=)
趨向穩定性	穩定	穩定	穩定	穩定	穩定	穩定
	100%	100%	100%	80%	100%	100%
趨向內資料	\	/ -	-	\	/ -	-
路徑	(-)	(+)(=)	(=)	(-)	(+)(=)	(=)
水準範圍	43.33-60	83.33-100	96.67-100	13.33-30 <sup>+</sup>	86.67-100 <sup>+</sup>	96.67-100 <sup>+</sup>
水準穩定性	不穩定	穩定	穩定	不穩定	穩定	穩定
	67%	100%	100%	20%	100%	100%
水準變化	60-43.33	83.33-96.67	96.67-96.67	30-13.33	86.67-100	100-100
	-16.67	+13.34	+0	-16.67	+13.33	+0
水準平均值	53.33	95	97.5	20	94.58	98.33
階段間比較	A1/B2		B2/C3	A1/B2		B2/C3
	(1:2)		(2:3)	(1:2)		(2:3)
趨向路徑與	\	/	/ -	\	/	/ -
效果變化	(-)	(+)	(+) (=)	(-)	(+)	(+) (=)
趨向穩定性	穩定-穩定		穩定-穩定	穩定-穩定		穩定-穩定
之變化	穩定-穩定		穩定-穩定	穩定-穩定		穩定-穩定
水準之絕對	43.33-83.33 <sup>+</sup>		96.67-96.67	13.33-86.67		100-100
變化	+40		+0	+73.34		+0
重疊百分比	0%		100%	0%		100%

## 二、討論

根據國內研究(林和秀, 2014; 郭亭纖, 2015; 許瓊文, 2015; 黃美潔, 2015)中研究對象以國小學習障礙學生為主, 其研究結果顯示運用替換式數學都有改善學習障礙學生數學相關問題, 且有立即和保留成效, 與本研究結果一致。另外, 國內研究(林和秀, 2014; 郭亭纖, 2015; 許瓊文, 2015; 黃美潔, 2015; 謝妙倖, 2015)中教學方法採用替換式數學進行教學; 然

而本研究採用替換式數學教學結合萬用揭示板, 與本研究教學方法不一致。研究結果顯示, 替換式數學教學搭配萬用揭示板為教學工具, 可引發學生學習動機, 並可重複使用, 且在實施後也有明顯的成效。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

以下就本研究結果的資料分析, 做出

以下結論：

- (一) 本研究替換式數學結合萬用揭示板教學有效引起受試者的學習動機。受試者能專注觀看萬用揭示板，經常自發性的表達萬用揭示板中的內容如何解題。
- (二) 本研究替換式數學結合萬用揭示板教學介入，對於學障生乘法文字題解題的學習具有立即成效。
- (三) 本研究替換式數學結合萬用揭示板教學介入，對於學障生乘法文字題解題的學習具有保留效果，且能穩定維持。

## 二、研究限制

在研究對象方面，本研究以苗栗縣某國小的學習障礙學生為主，不宜推論至其他地區、他類障礙的學生。在研究工具方面，本研究依照教學目標和情境，以自編之乘法文字題評量單進行紙筆評量、自製替換式數學結合萬用揭示板進行教學，不宜推論至不同的教學目標、情境的教學或評量。本研究在有限的時間下進行，未來研究可增加受試者的個數以及將維持期時間延長，以更加了解替換式數學結合萬用揭示板教學介入乘法文字題解題之成效。

## 參考文獻

- 吳柱龍、劉蕾、黃涵雅、侯禎塘(2010)。電腦多媒體輔助解題教學對國小輕度智能障礙學生加減法應用題學習成效之研究。**特殊教育與輔助科技學報**，2，19-46。
- 林和秀(2014)。應用替換式數學教學在國小五年級數學障礙學生學習分數乘法解題之成效探討(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。
- 林瑞蘭、王銘玉、吳淑如(2009)。讓數學課室動起來～萬用揭示板之資訊功能

融入國小三年級除法教學教材示例。

國中小 ICT 融入數學教學案例 2。線上檢索日期：2016 年 12 月 1 日。

網址：

<http://mathseed.ntue.edu.tw/ict/98/2.pdf>

孫佳吟(2015)。以萬用揭示板為教學輔具探討國小四年級等值分數概念教學成效(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。

郭亭纖(2015)。替換式數學結合圖示表徵對數學困難學生在分數乘法的學習成效與動機之研究(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。

陳桂英(2005)。數學乘法應用問題類型解題歷程之研究-以國小二年級學童為例(未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東縣。

張世明(2006)。萬用揭示板的開發與教學應用之研究(未出版之碩士論文)。國立交通大學，新竹縣。

許憶君、王葭葭、蔡苑菁、吳柱龍(2015)。自我影像示範教學介入國小中度智能障礙學生交通安全教學之成效。**特殊教育與輔助科技學報**，12，24-31。

許瓊文(2015)。替換式數學教學對國小二年級數學學習困難學生之乘法文字題解題與分心行為之影響(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。

鈕文英、吳裕益(2011)。單一個案研究方法與論文寫作。臺北：洪葉文化。

黃美潔(2015)。替換式數學教學對國小數學學習障礙學生在長度單位化聚之學習成效研究(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。

詹士宜(2013)。替換式數學對數學學習困難學生之補救教學。臺南：國立臺南大學。

蔡瑋芝(2012)。特教巡迴輔導教師使用萬用揭示板融入輕度智能障礙學生乘法教學之行動研究(未出版之碩士論文)。中原大學，桃園市。

- 謝妙倖(2015)。替換式數學教學對國小智能障礙學生在改變類兩步驟加減文字題之解題成效研究(未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南市。
- Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs. *Remedial and Special Education, 24*, 97-114.
- Seo, Y. J., & Bryant, D. (2012). Multimedia CAI program for students with mathematics difficulties. *Remedial and Special Education, 33*, 217-225.